



Kombinierte analytische und numerische Geräuschberechnung mittels Modalanalyse

FEMAG-Anwendertreffen, Muldingen 2011

Dipl.-Ing. Dirk Braunsch



Gliederung

- 1. Motivation**
- 2. Modaltheorie**
- 3. Kraftaufprägung und Auswertung**
- 4. Ergebnisse**
- 5. Vollständige Berechnungsübersicht**
- 6. Fazit**



1

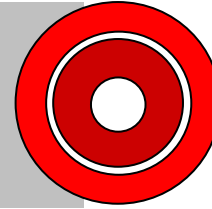
Motivation

Radiale Zugspannungswellen

Elektrische und geometrische Daten der Maschine

Induktionswellen aus analytischer Berechnung (z.B. ALFRED)

Bei PM-Maschine:
2D-FE-Modell der Maschine
(elektromagnetisch)



Induktionswellen aus einer FEMAG-Zeitschritt-rechnung (FEMAG-TS)

oder

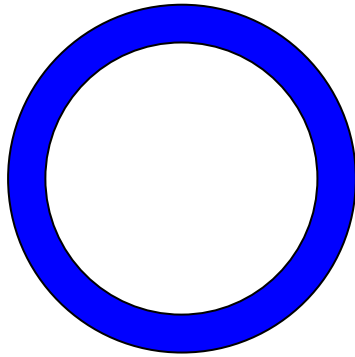
$$b(\phi_1, t) = \sum_i b_{(i)}(\phi_1, t) = \sum_i B_{(i)} \cos(v_{b,(i)} \phi_1 - \omega_{b,(i)} t + \phi_{b,(i)})$$

Radiale Zugspannungswellen mittels Maxwell'schem Spannungstensor

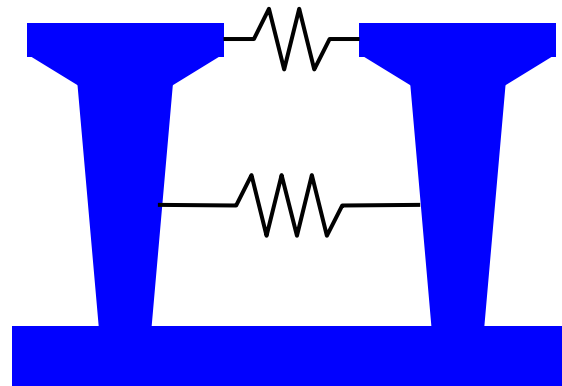
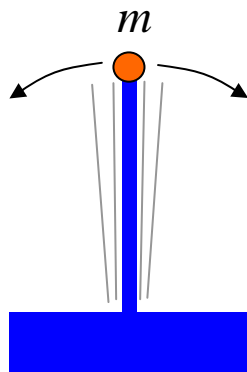
$$\sigma(\phi_1, t) = \frac{\left(\sum_i b_{(i)}(\phi_1, t) \right)^2}{2\mu_0} = \sum_{\mu} \sigma_{(\mu)} \cos(v_{\sigma,(\mu)} \phi_1 - \omega_{\sigma,(\mu)} t + \phi_{\sigma,(\mu)})$$

Analytische Geräuschberechnung (herkömmlich)

Vereinfachte Geometrien:

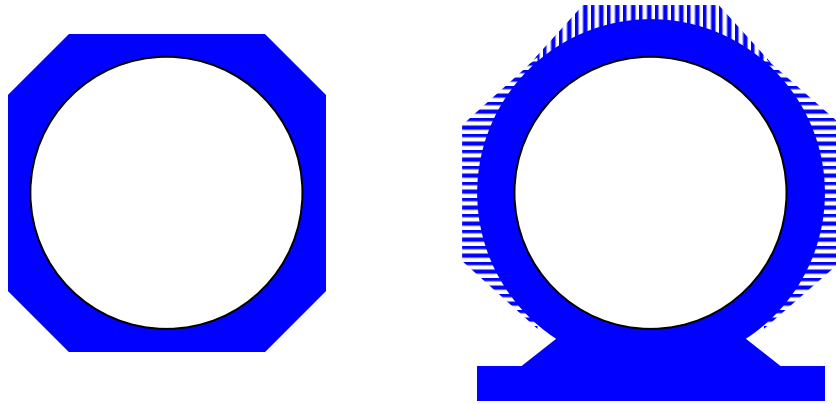


Vereinfachte mechanische Kopplungen:



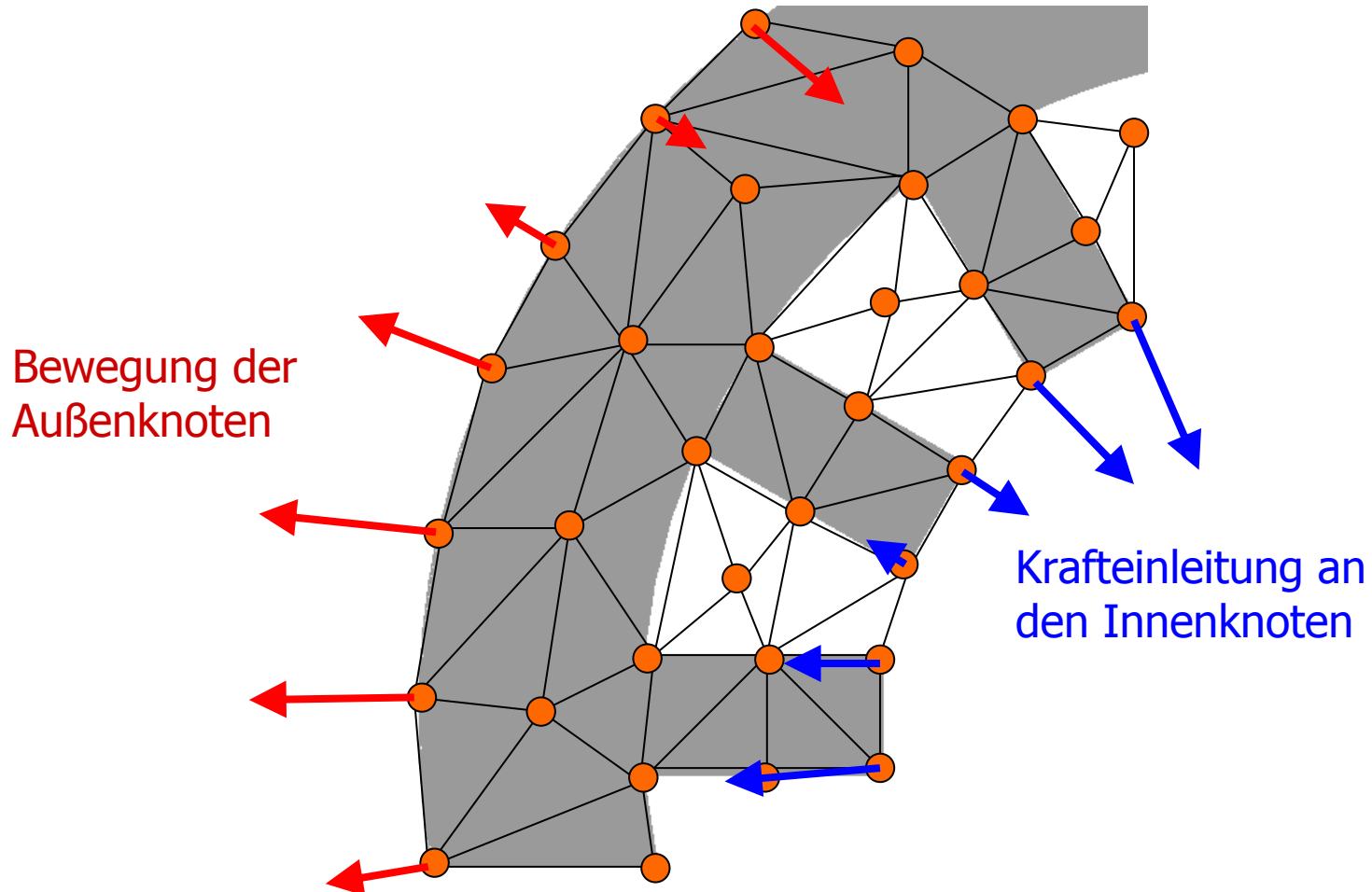
Reale Verhältnisse

- Verschiedene Außenkonturen



- Verschiedene Nutformen
- Einfluss der Wicklung

Numerische Modellnachbildung





2

Modaltheorie



Modal Theorie

Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \vec{\xi}}{dt^2} + \mathbf{D} \frac{d \vec{\xi}}{dt} + \mathbf{K} \vec{\xi} = \vec{F}$$

→ n gekoppelte Differentialgleichungen

Freie, ungedämpfte Schwingungen

$$\vec{\xi} = \vec{\psi} e^{j\omega_0 t}$$

$$(-\omega_0^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \vec{\psi} = \vec{0}$$

$$|-\omega_0^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}| = 0$$

→ n Eigenwerte, n Eigenvektoren

➔ **Modalmatrix**

$$\vec{\psi}_{(r)}^T \mathbf{M} \vec{\psi}_{(r)} = 1$$

$$\mathbf{\Psi} = \left[\vec{\psi}_{(1)} \quad \dots \quad \vec{\psi}_{(n)} \right]$$



Orthogonalitätsbeziehungen

$$\Psi^T \mathbf{M} \Psi = \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Psi^T \mathbf{K} \Psi = \Lambda_0 = \begin{bmatrix} \omega_{0(1)}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega_{0(n)}^2 \end{bmatrix}$$

Dämpfung

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$$

$$\Psi^T \mathbf{D} \Psi = \Psi^T (\alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}) \Psi = \alpha \mathbf{I} + \beta \Lambda_0$$

$$\alpha \mathbf{I} + \beta \Lambda_0 = \begin{bmatrix} \alpha + \beta \omega_{0(1)}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha + \beta \omega_{0(n)}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2d_{(1)} \omega_{0(1)} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 2d_{(n)} \omega_{0(n)} \end{bmatrix}$$



Modale Entkopplung

Koordinatentransformation

$$\vec{\xi} = \Psi \vec{\Theta}$$

Harmonische Kraftanregung

$$\underline{\vec{F}} = \underline{\vec{F}} \hat{e}^{j\omega t} \quad \Rightarrow \quad \underline{\vec{\Theta}} = \underline{\vec{\Theta}} \hat{e}^{j\omega t}$$

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \vec{\xi}}{dt^2} + \mathbf{D} \frac{d \vec{\xi}}{dt} + \mathbf{K} \vec{\xi} = \vec{F}$$



Modale Entkopplung

Koordinatentransformation

$$\underline{\xi} = \Psi \underline{\Theta}$$

Harmonische Kraftanregung

$$\underline{\vec{F}} = \underline{\vec{F}} e^{j\omega t} \quad \Rightarrow \quad \underline{\vec{\Theta}} = \underline{\vec{\Theta}} e^{j\omega t}$$

Einsetzen in Bewegungsgleichung und von links multiplizieren mit Ψ^T

$$\Psi^T \left(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K} \right) \Psi \underline{\vec{\Theta}} = \Psi^T \underline{\vec{F}}$$



Modale Entkopplung

Koordinatentransformation

$$\underline{\xi} = \Psi \underline{\Theta}$$

Harmonische Kraftanregung

$$\underline{\vec{F}} = \underline{\vec{F}} e^{j\omega t} \quad \Rightarrow \quad \underline{\vec{\Theta}} = \underline{\vec{\Theta}} e^{j\omega t}$$

Einsetzen in Bewegungsgleichung und von links multiplizieren mit Ψ^T

$$\Psi^T \left(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K} \right) \Psi \underline{\vec{\Theta}} = \Psi^T \underline{\vec{F}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$$



Modale Entkopplung

Koordinatentransformation

$$\vec{\xi} = \Psi \vec{\Theta}$$

Harmonische Kraftanregung

$$\underline{\vec{F}} = \underline{\vec{F}} e^{j\omega t} \quad \Rightarrow \quad \underline{\vec{\Theta}} = \underline{\vec{\Theta}} e^{j\omega t}$$

Einsetzen in Bewegungsgleichung und von links multiplizieren mit Ψ^T

$$\boxed{\Psi^T} \left(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \boxed{\mathbf{D}} + \mathbf{K} \right) \boxed{\Psi} \underline{\vec{\Theta}} = \Psi^T \underline{\vec{F}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2d_{(1)}\omega_{0(1)} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 2d_{(n)}\omega_{0(n)} \end{bmatrix}$$



Modale Entkopplung

Koordinatentransformation

$$\vec{\xi} = \Psi \vec{\Theta}$$

Harmonische Kraftanregung

$$\underline{\vec{F}} = \underline{\vec{F}} e^{j\omega t} \quad \Rightarrow \quad \underline{\vec{\Theta}} = \underline{\vec{\Theta}} e^{j\omega t}$$

Einsetzen in Bewegungsgleichung und von links multiplizieren mit Ψ^T

$$\Psi^T \left(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} + \mathbf{K} \right) \Psi \underline{\vec{\Theta}} = \Psi^T \underline{\vec{F}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2d_{(1)} \omega_{0(1)} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 2d_{(n)} \omega_{0(n)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{0(1)}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega_{0(n)}^2 \end{bmatrix}$$



Modale Entkopplung

Koordinatentransformation

$$\underline{\xi} = \underline{\Psi} \underline{\Theta}$$

Harmonische Kraftanregung

$$\underline{\vec{F}} = \underline{\vec{\hat{F}}} e^{j\omega t} \quad \Rightarrow \quad \underline{\vec{\Theta}} = \underline{\vec{\hat{\Theta}}} e^{j\omega t}$$

Einsetzen in Bewegungsgleichung und von links multiplizieren mit $\underline{\Psi}^T$

$$\underline{\Psi}^T \left(-\omega^2 \underline{\mathbf{M}} + j\omega \underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{K}} \right) \underline{\vec{\hat{\Theta}}} = \underline{\Psi}^T \underline{\vec{\hat{F}}}$$

Ausnutzen der Orthogonalitätsbeziehungen

$$\left(-\omega^2 + j2d_{(r)} \omega_{0(r)} \omega + \omega_{0(r)}^2 \right) \underline{\vec{\hat{\Theta}}}_{(r)} = \underline{\vec{\Psi}}_{(r)}^T \underline{\vec{\hat{F}}}$$

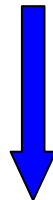
Ergebnis: $r = 1 \dots n$ entkoppelte Gleichungen



Systemantwort

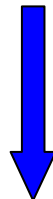
Entkoppelte Gleichungen:

$$\left(-\omega^2 + j2d_{(r)}\omega_{0(r)}\omega + \omega_{0(r)}^2 \right) \underline{\hat{\Theta}}_{(r)} = \underline{\vec{\Psi}}_{(r)}^T \underline{\hat{F}}$$



Systemsantwort
in modalen
Koordinaten:

$$\underline{\hat{\Theta}}_{(r)} = \frac{\underline{\vec{\Psi}}_{(r)}^T \underline{\hat{F}}}{\omega_{0(r)}^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{0(r)}} \right)^2 + j2d_{(r)} \frac{\omega}{\omega_{0(r)}} \right]}$$



Rücktransformation
in reale Koordinaten:

$$\underline{\vec{\zeta}} = \underline{\Psi} \underline{\hat{\Theta}}$$

3

Kraftaufprägung und Auswertung

Kraftaufprägung und Auswertung

Komplexen Kraftvektor bilden:

$$\underline{\hat{F}}_{(m)} = \hat{F} e^{j(v_\sigma \phi_m + \phi_\sigma)}$$



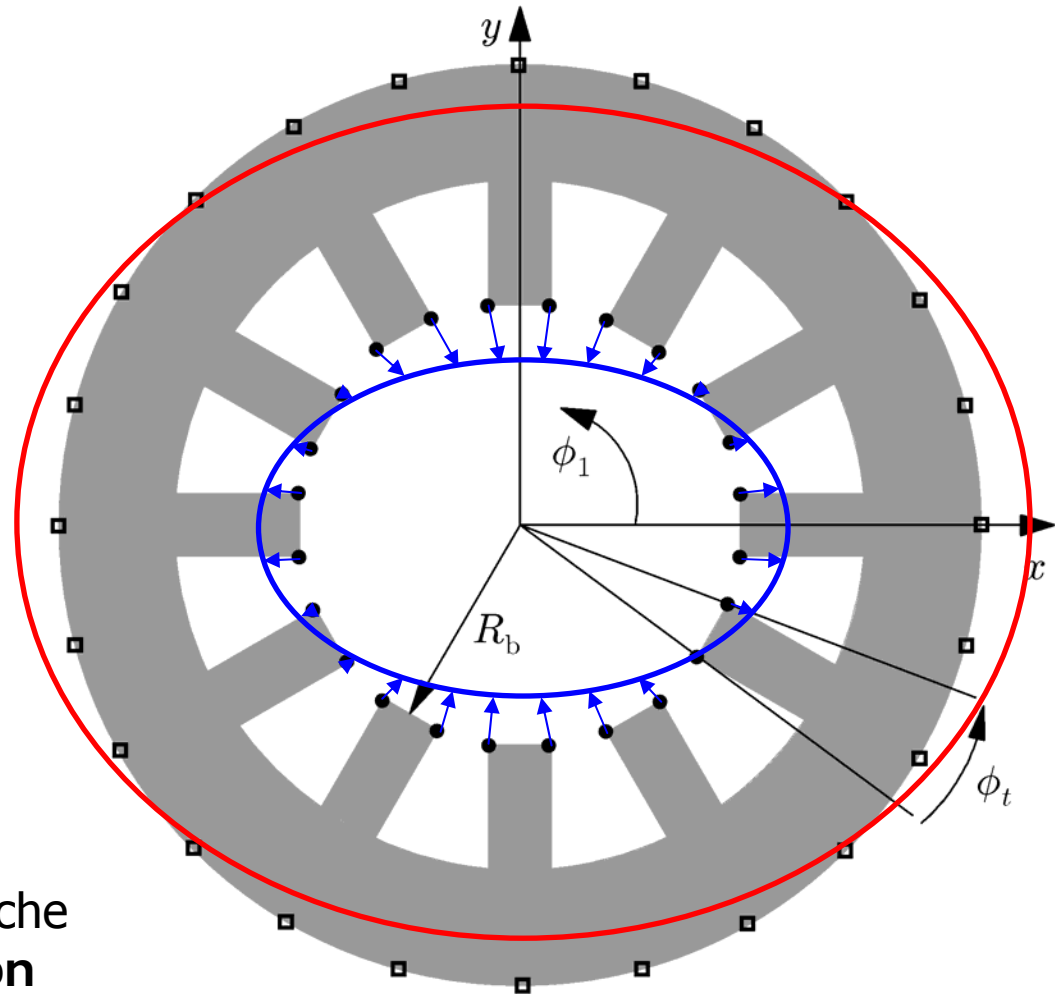
$$\underline{\hat{F}}$$

Systemantwort:

$$\underline{\omega}$$



Auswerten entlang der Oberfläche mittels **Fouriertransformation**



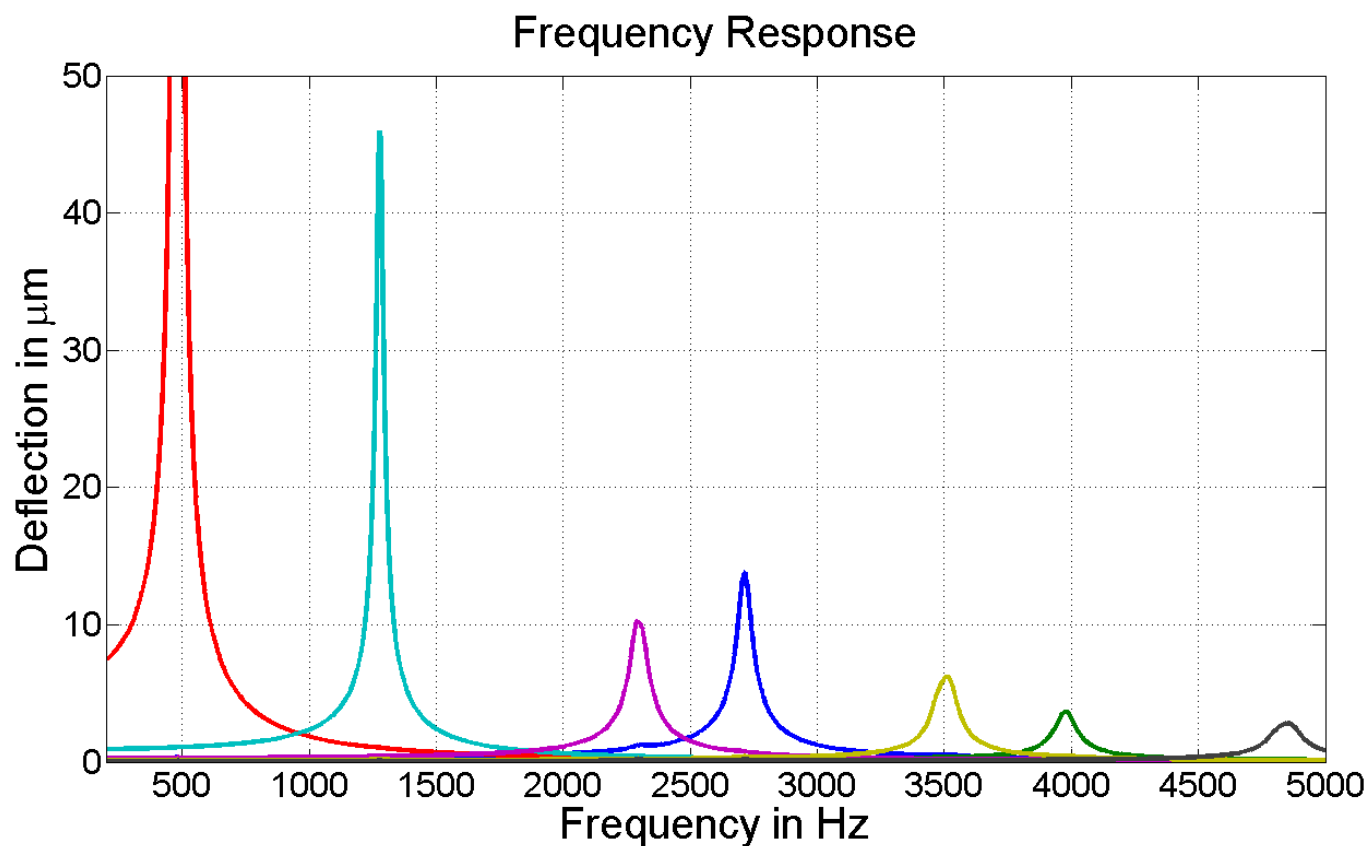
4

Ergebnisse

Frequenzgang

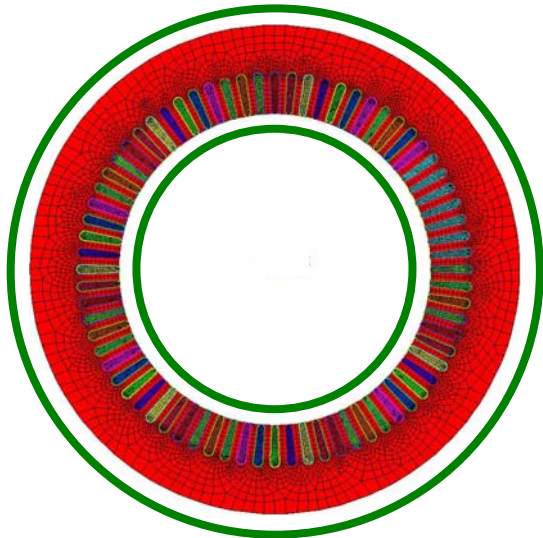


Anregung der inneren Knoten mit einer Zugspannungswelle: 100kN/m^2



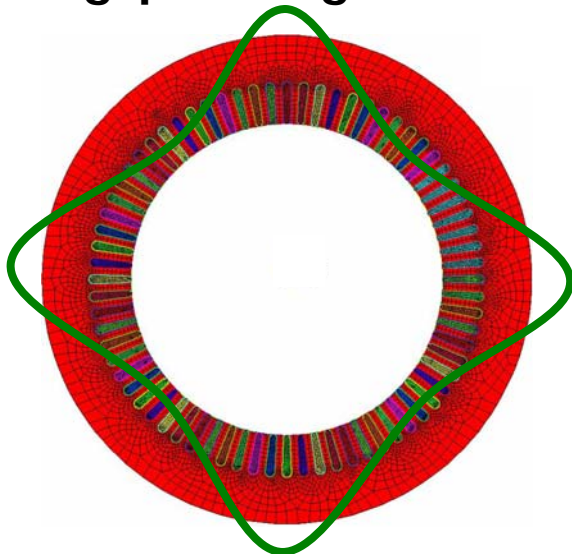
Verifikation mit Ansys

Zugspannungswelle 100 kN/m², 1 kHz, $\nu = 0$



	ANSYS	Modalprog.	Abweichung
$r = 0$	0,3096 μm	0,3037 μm	-1,9 %
$r = 1$	0	0,0004 μm	-
$r = 2$	0	0,0003 μm	-
$r = 3$	0	0,0054 μm	-
$r = 4$	0	0,0027 μm	-
$r = 5$	0	0,0034 μm	-
$r = 6$	0	0,0024 μm	-

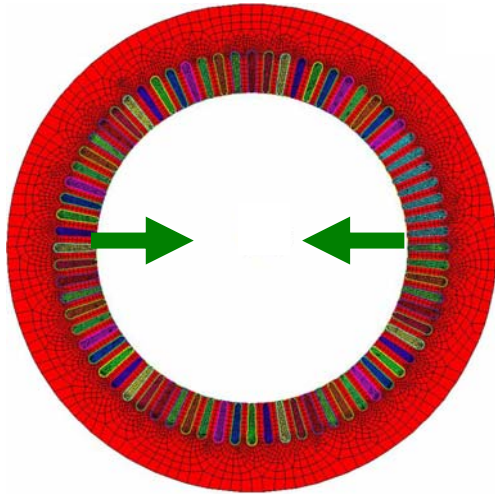
Zugspannungswelle 100 kN/m², 1 kHz, $\nu = 4$



	ANSYS	Modalprog.	Abweichung
$r = 0$	0	0,0011 μm	-
$r = 1$	0	0,0012 μm	-
$r = 2$	0	0,0003 μm	-
$r = 3$	0	0,0024 μm	-
$r = 4$	0,3477 μm	0,3331 μm	-4,2 %
$r = 5$	0	0,0004 μm	-
$r = 6$	0	0,0026 μm	-

Verifikation mit Ansys

Oszillierende Kraftanregung an 2 sich gegenüberliegenden Zähnen



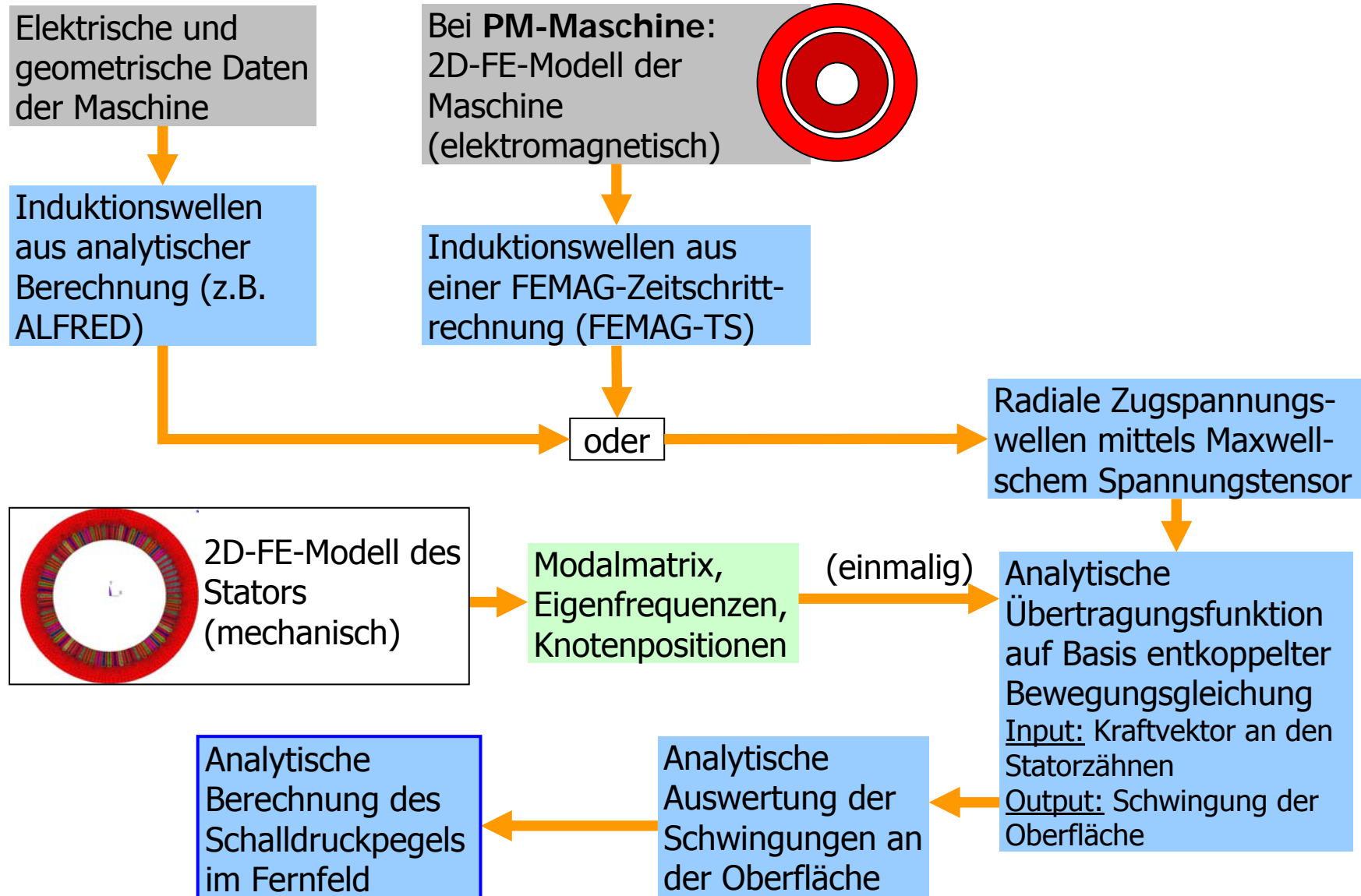
	ANSYS	Modalprog.	Abweichung
$r = 0$	0,0156 μm	0,0150 μm	-3,9 %
$r = 1$	0	0,0006 μm	-
$r = 2$	8,6835 μm	8,7823 μm	+1,1 %
$r = 3$	0	0,0020 μm	-
$r = 4$	0,0333 μm	0,0309 μm	-7,2 %
$r = 5$	0	0,0010 μm	-
$r = 6$	0,0068 μm	0,0065 μm	-4,4 %

5

Vollständige Berechnungsübersicht



Vollständige Geräuschberechnung: Übersicht





6

Fazit



Fazit

Vorteile:

- Sehr kurze Berechnungszeiten
- Berücksichtigung auch komplexer Geometrien
- Parameterstudien in kurzer Zeit möglich, d.h. Änderung elektrischer Daten, Drehzahl, Drehmoment oder Änderung des gesamten Läufers

Nachteil (im Vergleich zur rein analytischen Berechnung):

- Es muss einmalig ein mechanisches FE-Modell erstellt werden, um die Modalmatrix zu berechnen

Ausblick:

- In Zukunft auch Berücksichtigung von Oberflächenschwingungen durch tangentielle Zugspannungen, die an den Zahnflanken angreifen und Untersuchung bei nicht-runden Außenkonturen